УДК 004.02

ИНТЕГРАЦИЯ СОБЫТИЙНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ВЕРОЯТНОСТНЫХ ОЦЕНОК

Р.А. Давыдов [1]
Иркутский национальный исследовательский технический университет,
664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83.

В статье рассматривается событийное моделирование, дополненное возможностью вероятностной оценки при реализации событий. Далее вводятся шесть базовых элементов событийной карты, выводятся формулы расчета вероятности наступления событий для каждого из этих элементов. Рассматривается возможность построения возможных альтернативных сценариев с помощью метода обхода графа в глубину.
Ил. 2. Библиогр. 5 назв.
Ключевые слова: графы; вероятность события; событийная карта; событийное моделирование; обход графа.

INTEGRATION OF EVENT MODELING AND PROBABILISTIC EVALUATIONS

© R.Davydov
Irkutsk National Research Technical University,
83 Lermontov Street, Irkutsk, 664074, Russia Federation

The article deals with event modeling, supplemented by the possibility of probabilistic evaluation in the course of events. It considers the six basic elements of the event mapping and presents the derived formulas for calculating the probability of occurrence of events for each of these elements. The article discusses the possibility of constructing possible alternative scenarios using the method of traversing the graph in depth.
Keywords: graphs; probability of the event, event mapping; event modeling; bypassing the graph

Введение

Событийное моделирование предполагает построение поведенческих моделей, причем в качестве объектов моделирования могут рассматриваться как люди, так и технические объекты. В работе [1] рассматривается событийный подход к моделированию поведения сложных систем на примере анализа вариантов развития и компенсации чрезвычайных ситуаций в энергетике. Рассматриваемый в данной работе подход предполагает использование математического аппарата алгебраических сетей и основ теории конечных автоматов. К преимуществам этого подхода относится то, что такая формализация позволяет автоматизировать процесс получения возможных сценариев. Кроме формального представления событийных моделей, предназначенного для выполнения расчетов сценариев, данный подход предполагает графическое представление модели с помощью нотации событийных карт, введённой там же [1].

В рамках данной работы предлагается дополнить данный подход возможностью вероятностной оценки при реализации событий, с тем, чтобы полученное множество сценариев можно было бы ранжировать, например, по итоговым вероятностям целевых событий.

Событийные карты. Событийные карты – это графическое представление событийной модели, наглядно иллюстрирующей причинно-следственные связи между событиями исследуемой системы [2]. Формально событийную карту можно описать в виде направленного графа с несколькими различными типами вершин.

1. Событие – данный тип вершин служит для описания событий, появление которых возможно вовремя проведение моделирования.
2. OR – Служит для определения характера связи между событиями. Допускает возможность наступления одного из двух или обоих сразу событий при условии выполнения предшествующего им события.
3. XOR - Служит для определения характера связи между событиями. Допускает возможность наступления строг одного из двух событий при условии выполнения предшествующего им события.

На рис. 1 представлены базовые элементы из которых строится событийная карта [1]:

1. Реализация события e1 вызывает сразу два параллельно реализуемых независимых события e2 и e3 (рис 1, *а*). Данная структура дает только 1 возможный сценарий.
2. События e2, и e3 являются совместными причинами для реализации события e1 (рис. 1, *б*). Возможно получение только 1 сценария.

---
[1] Давыдов Роман Александрович, студент, e-mail: sinigr38@mail.ru
Davydov Roman, student, e-mail: sinigr38@mail.ru

3. Реализация события e1 вызывает либо выполнение события e2, либо e3, либо обоих событий сразу (рис. 1, *в*). Возможно получение 3 альтернативных сценариев.

4. Реализация любого из двух событий e2 либо e3, либо обоих сразу взывает событие e1 (рис 1, *г*). Возможно получение 3 альтернативных сценариев.

5. Реализация события e1 вызывает либо выполнение события e2, либо e3, но не обоих событий сразу (рис. 1, *д*). Возможно получение 2 альтернативных сценариев.

6. При реализации строго одного из двух событий e2 либо e3, но не обоих сразу, вызывается событие e1 (рис 1, *е*). Возможно получение 2 альтернативных сценариев.

7.

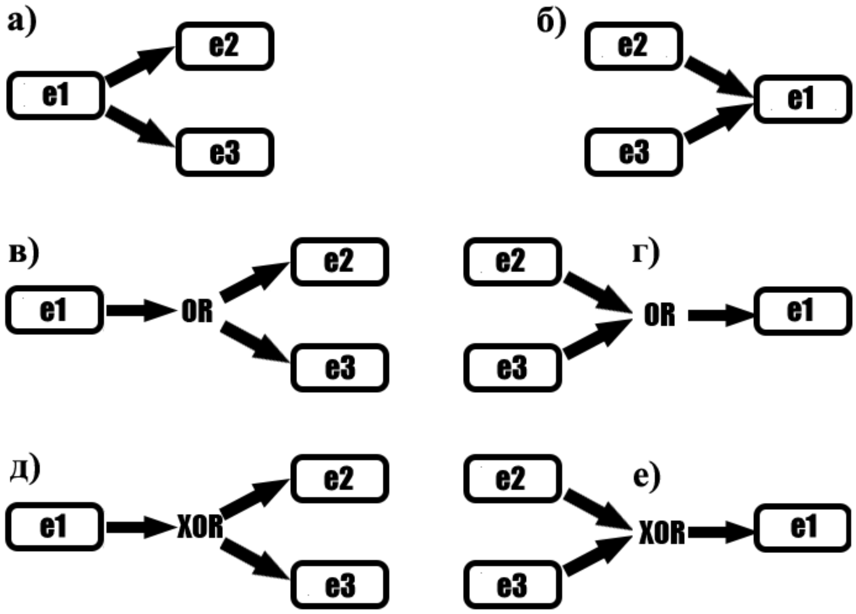

Рис. 1. Базовые графические элементы событийной карты

Формальный аппарат событийного моделирования. В оригинальном источнике [2] в качестве формального аппарата событийного моделирования используется аппарат Joiner-сетей, который является одной из разновидностей алгебраических сетей, предложенной проф. МФТИ Л.Н. Столяровым и развиваемой его учениками [2, 3]. Joiner-сети (Joiner-Nets – JN) можно рассматривать как расширение сетей Петри, ориентированное на построение поведенческих моделей. В основе теории JN лежит описание логики взаимодействия асинхронных процессов в виде набора пусковых и флаговых функций, состоящих из булевых функций. Особенностью JN является то, что они предусматривают как графическое представление, так и описание в виде логических формул, обработку которых можно автоматизировать.

В рамках настоящего исследования, для реализации расчета вероятностных оценок сценариев развития событий, рассматривается возможность совместного использования методов теории графов и методов теории вероятностей в рамках событийного подхода к моделированию. Событийная карта, как представление событийной модели, предоставляет достаточные возможности для формального описания в виде направленного графа. Соответственно, для получения множества возможных сценариев событийной модели необходимо произвести обход всего графа. Существует два известных алгоритма для обхода всех вершина графа: Поиск в глубину и поиск в ширину.

Т.к. временная сложность у обоих подходов равна *O(n+m)*, где n – количество вершин, а m – количество ребер графа, был выбран алгоритм поиска в глубину [4], как более легкий в реализации. На основе данного алгоритма можно произвести построение всех возможных сценариев, используя в качестве входных параметров событийную карту. Данный алгоритм также можно применить для расчета вероятностей наступления событий.

Определение вероятностей событий. Как правило, при составлении карт событий, вероятность наступления каждого независимого события принимается равной 1. Использование логических блоков OR и XOR позволяет лишь точнее определить характер связей между событиями. Однако, зачастую, в реальных задачах, вероятности всех событий различны и не равны 1. Кроме того, возникает задача оценки вероятностей всех возможных сценариев развития событий, с целью дальнейшего их анализа.

В данной работе предлагается применить методы теории вероятности для оценки сценариев развития событий, получаемых в результате анализа событийных моделей.

Введем следующие обозначения:

Пусть e1, e2, e3 – события в базовых элементах событийной карты, Тогда $P_с(e1)$, $P_с(e2)$, $P_с(e3)$ – собственные вероятности наступления событий e1, e2, e3 соответственно, без учёта предшествующих событий,

$P_п(e1)$, $P_п(e2)$, $P_п(e3)$ – вероятности наступления событий e1, e2, e3 соответственно, с учётом вероятностей наступления предыдущих событий, но без учета собственной вероятности,

$P_{ит}(e1)$, $P_{ит}(e2)$, $P_{ит}(e3)$ – итоговые вероятности наступления соответствующих событий, с учетом предшествующих событий и собственной вероятности.

Из общих положений теории вероятности [5] следует:

1. Вероятность одновременного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий: P(AB) = P(A)*P(B).
2. Вероятность появления хотя бы одного из событий (A_1, $A_2 \ldots A_n$), независимых в совокупности, равна разности между единицей и произведением вероятностей противоположных событий $P(A) = 1 - Q_1 * Q_2 * \ldots * Q_n$
3. Вероятность появления строго одного из двух событий (A_1, A_2) равна разности между единицей и суммой вероятности наступления обоих событий сразу и вероятности обратного события. $P(A_1) = 1 - (P(A_1) * P(A_2) + Q(A_1) * Q(A_2))$

На основе этих положений и ранее введенных обозначений вероятности возникновения событий-следствий для соответствующих базовых элементов событийных карт:

1. $P_{ит}\ e2\ = P_п\ e1\ * P_с\ e1\ * P_с\ e2$; $P_{ит}\ e3\ = P_п\ e1\ * P_с\ e1\ * P_с\ e3$
2. $P_{ит}\ e1\ = P_п\ e2\ * P_с\ e2\ * P_п\ e3\ * P_с\ e3\ * P_с\ e1$
3. $P_{ит}\ e2\ = P_п\ e1\ * P_с\ e1\ * P_с\ e2$; $P_{ит}\ e3\ = P_п\ e1\ * P_с\ e1\ * P_с\ e3$
4. $P_{ит}\ e1\ = \ 1 - \ 1 - P_п\ e2\ * P_с\ e2\ \ * \ 1 - P_п\ e3\ * P_с\ e3\ \ * P_п\ e1$
5. $P_{ит}\ e2\ = P_п\ e1\ * P_с\ e1\ * P_с\ e2$; $P_{ит}\ e3\ = P_п\ e1\ * P_с\ e1\ * P_с\ e3$
6. $P_{ит}\ e1\ = (P_п\ e2\ * P_с\ e2\ + P_п\ e3\ * P_с\ e3\ ) * P_с\ e1$

Пример. Рассмотрим следующий простой пример: Если студент сдаёт итоговый экзамен на оценку 4 или оценку 5, он будет получать стипендию в следующем семестре. Согласно имеющейся статистике, явка на итоговый экзамен составляет 95%. Из числа пришедших, 50% получают оценку «Хорошо», 20% получают оценку «Отлично», 25% получают оценку «Удовлетворительно», а 5 процентов студентов получают оценку «неудовлетворительно». Требуется определить, с какой вероятностью случайно выбранный студент будет получать стипендию.

Для начала, необходимо выделить имеющиеся события:

- e1 – Студент пришел на экзамен.
- e2 – Студент сдал на оценку, позволяющую получать стипендию
- e3 – Студент сдал на оценку, не позволяющую получать стипендию
- e4 – Студент сдал на оценку «Хорошо».
- e5 – Студент сдал на оценку «Отлично».
- e6 – Студент будет получать стипендию
- e7 – Студент сдал на оценку «Удовлетворительно».
- e8 - Студент сдал на оценку «Неудовлетворительно».

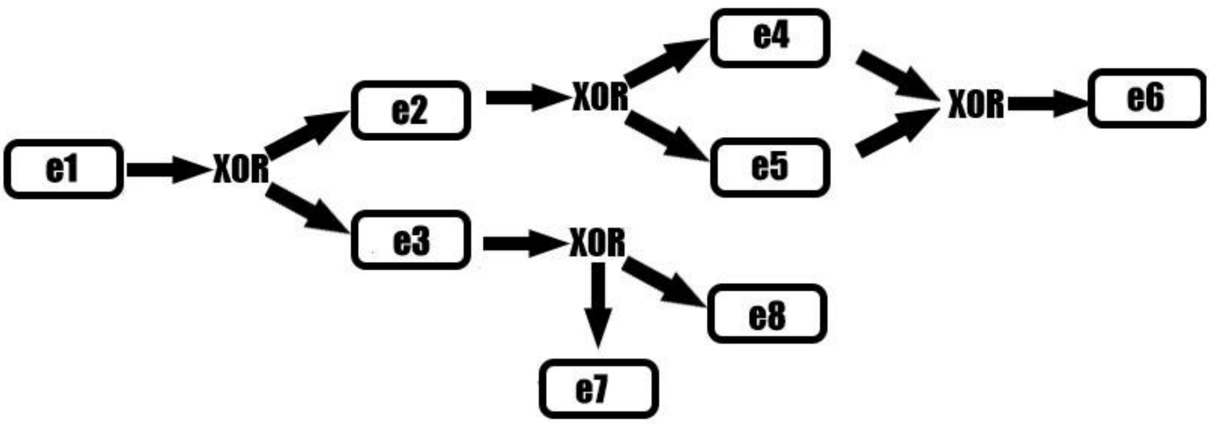

Рис. 2. Исходная событийная карта для примера

События e2 и e3 – введены искусственно, т.к. согласно базовым элементам, которые были введены выше, одно событие может быть инициатором не более чем для двух событий. Сделано это было для упрощения дальнейших расчётов.

Целевым событием (т.е. событием, итоговую вероятность которого необходимо вычислить) согласно данной схеме является событие e6. Цепочка событий, начинающаяся с события e3 не влияет на вероятность целевого события, поэтому перед дальнейшим решением задачи, событийную карту можно упростить:

- e1 – Студент пришел на экзамен, собственная вероятность p(e1) = 0,95.
- e2 – Студент сдал экзамен на оценку 4, собственная вероятность p(e2) = 0,5.
- e3 – Студент сдал экзамен на оценку 5, собственная вероятность p(e3) = 0,2.
- e4 – Студент получает стипендию, собственная вероятность p(e4) = 1.

Следующий шаг, это построение событийной карты по имеющимся данным.

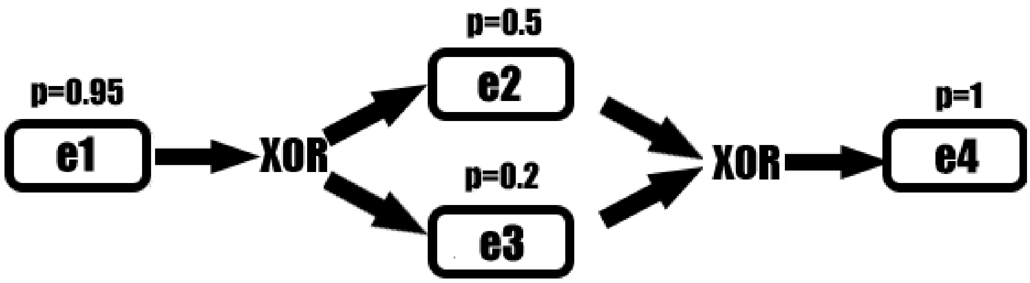

Рис. 3. Событийная карта, для решения задачи

Так как события e2 и e3 являются взаимоисключающими, в событийной карте присутствует два блока XOR. После того, как построение карты завершено, по приведённым выше формулам можно произвести вычисления:

1. Определяем количество возможных сценариев: k = 4.

- Студент не пришёл на экзамен
- Студент пришёл на экзамен -> студент не сдал экзамен на 4 или 5
- Студент пришел на экзамен -> студент сдал экзамен на 4 -> студент будет получать стипендию
- Студент пришел на экзамен -> студент сдал экзамен на 5 -> студент будет получать стипендию

Для решения задачи, необходимо определить совокупную вероятность 3 и 4 сценария.

2. Определяется начальная вершина, с которой будет начат обход графа. В данном случае это вершина, соответствующая событию e1. Начальная вершина определяется по отсутствию входящих связей.

3. Далее, вычисляются вероятности в каждой вершине. Последовательность действий в рамках данного шага будет следующей:

- Вычисляем вероятность для вершины e1. P(e1) = 0,95.
- Переходим в вершину e2, вычисляем вероятность для вершины P(e2) = 0,475. Переходим в вершину e4. Так как эта вершина имеет 2 входящие связи, а вершина e3 еще не обсчитана, запоминаем итоговое значение вершины e2 и возвращаемся в неё.
- Возвращаемся в вершину e1.
- Переходим в вершину e3, вычисляем для неё вероятность. P(e3) = 0,19.
- Переходим в вершину e4, вычисляем для неё вероятность. P(e4) = 0,665.

Условием остановки алгоритма является соответствие количества всех вершин количеству обсчитанных вершин. Данное условие проверяется после каждого перехода к вершине.

Выводы

В статье изложены результаты решения задачи дополнения событийной модели вероятностными оценками. В ходе решения задачи был предложен формальный аппарат для событийного моделирования на основе теории графов. Разработано математическое обоснование для расчета вероятностей взаимосвязанных событий. Предложенное решение было проиллюстрировано демонстрационным примером. Дальнейшее направление работы планируется продолжить по двум направлениям:

1. Разработка графической среды, которая должна позволить решать следующие задачи:

- Построение событийной карты по некоторым исходным данным.
- Расчёт вероятности для целевого события.
- Создания графического представления всех возможных сценариев, содержащих целевое событие.

2. Апробация предложенного решения на примере.

Библиографический список:

1. Аршинский В.Л. Событийное моделирование в исследованиях энергетической безопасности: автореф. … канд. тех. наук: 05.13.18. Иркутск: ИСЭМ СО РАН, 2010. 25 с.
2. Аршинский В.Л. Методический подход к событийному моделированию в исследованиях энергетической безопасности // Информационные и математические технологии в науке и управлении: материалы XV Байкальской Всерос. конф. Иркутск: Изд-во ИСЭМ СО РАН, 2010. Ч. 2. С. 120–129.
3. Новик К.В. Сеть автоматов для моделирования асинхронного взаимодействия процессов: автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. М., МФТИ, 2006. 22 с.
4. Алексеев В.Е., Таланов В.А. *Графы*. Модели вычислений. Структуры данных: *Учебник*. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2005. 307 с.
5. Шведов А.С. Теория вероятности и математическая статистика. М.: ИД ГУ-ВШЭ, 2005. 254 с.