

УДК 621.77

Оценка упругого напряжённо-деформированного состояния моделируемых микронеровностей на поверхностях деталей машин

© А.Н. Вулых¹, Н.В. Вулых²¹ *Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского, г. Иркутск, Российская Федерация*² *Иркутский национальный исследовательский технический университет, г. Иркутск, Российская Федерация*

Аннотация. Одним из главных показателей, обеспечивающих бесперебойную работу деталей машин, является её состояние поверхностного слоя. От качества отделки поверхности зависит надёжность эксплуатации изделий. Контактные поверхности деталей машин наиболее всего подвержены износу, а также коррозионному и тепловому воздействию рабочей среды. Величина шероховатости имеет значительное влияние на ресурс деталей машин. Существуют различные технологии, обеспечивающие требуемое качество поверхностного слоя. Немаловажную роль играет напряжённо-деформированное состояние в контактных областях микронеровностей, влияющих на дальнейшее формирование физико-механических свойств поверхностного слоя. В работе представлен анализ напряжённо-деформированного состояния контактирующей шероховатой поверхности с инструментом для плоской и объёмной задач в упругой зоне. После лезвийной обработки тел вращения микронеровности имеют преимущественно клинообразный профиль. Для моделирования поверхностного слоя, полученного лезвийным способом, вполне может быть пригоден регулярный профиль клинообразного (треугольного) сечения в продольном направлении. В первом приближении микропрофиль смоделирован в виде клинообразных выступов с различными углами при основании на подложке. Проведена оценка напряжённо-деформированного состояния микронеровностей при влиянии угла деформирующего инструмента и угла при основании микропрофиля. Представлены условия сходимости плоской и объёмной задачи деформированного состояния микронеровностей.

Ключевые слова: микропрофиль поверхностей, моделирование шероховатости, конечно-элементное моделирование, упругая деформация, напряжённое состояние

Evaluation of the elastic stress-strain state of simulated microroughnesses on the surfaces of machine parts

© Alexander N. Vulykh¹, Nikolay V. Vulykh²¹ *Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, Irkutsk, Russian Federation*² *Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation*

Abstract. One of the main indicators that ensure the smooth operation of machine parts is its state of the surface layer. The reliability of the operation of products depends on the quality of the surface finish. The contact surfaces of machine parts are most susceptible to wear, as well as corrosive and thermal effects of the working environment. The amount of roughness has a significant impact on the service life of machine parts. Various technologies are available to provide the required surface layer quality. An important role is played by the stress-strain state in the contact areas of microroughnesses, which affect the further formation of the physical and mechanical properties of the surface layer. The article presents an analysis of the stress-strain state of a contacting rough surface with a tool for plane and volumetric problems in the elastic zone. After blade processing of bodies of revolution, microroughnesses have a predominantly wedge-shaped profile. For modeling the surface layer obtained by the blade method, a regular profile of a wedge-shaped (triangular) section in the longitudinal direction may well be suitable. As a first approximation, the micro-profile is modeled as wedge-shaped protrusions with different angles at the base on the substrate. The article evaluates the stress-strain state of microroughnesses under the influence of the angle of the deforming tool and the angle at the base of the microprofile. The article presents the conditions for the convergence of the plane and volumetric problem of the deformed state of microroughnesses.

Keywords: surface microprofile, roughness modeling, finite element modeling, elastic deformation, stress state

Введение

При создании математических моделей технологических процессов обычно не учитывают шероховатость поверхностей обрабатываемых изделий. Такое упрощение вносит определённые погрешности при вычислении напряжённо-деформированного состояния в очаге деформации и остаточных напряжений в изделии после обработки. Неучёт исходной шероховатости не позволяет оценить влияние параметров технологического процесса на качество поверхности готовых изделий. Особенно остро это проявляется в процессах поверхностно пластического деформирования, когда величина натяга (обжатия) соизмерима с высотой микронеровностей. В этом случае происходит упрочнение не основного объёма металла изделия, а лишь геометрических элементов поверхностного слоя.

Целью данной работы является определение напряжённо-деформированного состояния модели микронеровностей для начального контакта микропрофиля с деформирующим инструментом в упругом состоянии при варьировании углов микропрофиля и рабочего инструмента.

Материал и методы исследования

Статистический анализ геометрии микронеровностей, выполненный собственными исследованиями и рядом других авторов [1–4], показал, что шероховатость обработанной поверхности можно моделировать в первом приближении элементами с треугольным поперечным сечением, угол при основании которых (α) измеряется от 2 до 33°. Деформирование таких элементов происходит при контактировании с жёсткой поверхностью инструмента (рис. 1), характеризуемой углом наклона рабочей плоскости (β) в пределах от 0 до 30°.

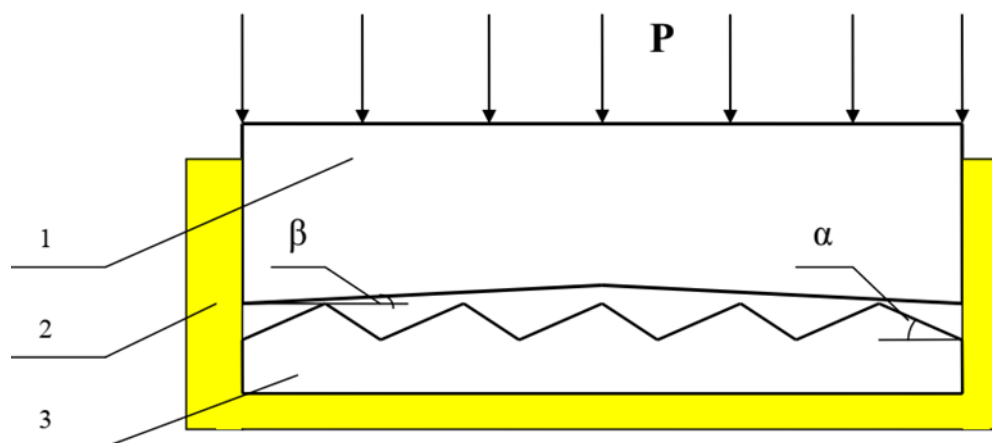


Рис. 1. Модель нагружения микронеровностей жёстким пуансоном: 1 – пуансон, 2 – корпус, 3 – образец

Используемый в механике твёрдого тела математический аппарат базируется на общих законах механики и на ряде упрощающих допущений, основным из которых является допущение о сплошности, приписывающее твёрдому телу способность заполнять объём без всяких пустот.

Если принять во внимание молекулярную структуру тела, то действительное число внутренних связей бесконечно, что приводит к определённым трудностям при получении численных решений.

Метод конечных элементов позволяет преодолеть эти трудности, посредством этого метода сплошное тело представляется в виде совокупности отдельных конечных элементов, взаимодействующих между собой в конечном числе узловых точек [5]. В

этих точках к каждому конечному элементу прикладываются некоторые усилия взаимодействия, характеризующие действие распределённых внутренних напряжений, приложенных вдоль реальных границ стыковки смежных элементов. Замена исходной конструкции совокупностью дискретных элементов подразумевает равенство энергий конструкции и её дискретной модели, кроме того, требует, чтобы напряжённое состояние в каждом из элементов определялось через значения узловых перемещений.

Результаты моделирования

Элементной матрицей жёсткости определяется связь между узловыми перемещениями и узловыми усилиями конечного элемента, то есть определяются его упругие

свойства. Для моделирования микронеровностей поверхностного слоя в данной работе использован 4-узловой тетраэдральный конечный элемент, в каждом из которых определено три степени свободы. Каждому узловому перемещению ставится в соответствие узловое усилие, совокупность которых характеризует влияние смежных усилий тела на рассматриваемый элемент. Связь между узловыми усилиями и перемещениями можно записать в виде:

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{R}, \quad (1)$$

где $\mathbf{U} = (U_{11}, U_{21}, U_{31}, \dots, U_{14}, U_{24}, U_{34})$ – вектор-столбец узловых перемещений, $\mathbf{R} = (R_{11}, R_{21}, R_{31}, \dots, R_{14}, R_{24}, R_{34})$ – вектор-столбец узловых усилий, \mathbf{K} – матрица жёсткости.

Предположим, что на конечном элементе поле перемещений можно задать через узловые перемещения $U_{i\mu}$ с помощью базисных функций

$$U_i = U_{i\mu} N^\mu(x_1, x_2, x_3),$$

где

$$N^\mu(x_1, x_2, x_3) = a_{000}^\mu + a_{100}^\mu x_1 + a_{010}^\mu x_2 + a_{001}^\mu x_3 \quad (2)$$

$\mu = 1, 2, 3, 4$ – номера узлов конечного элемента, $a_{000}^\mu, a_{100}^\mu, a_{010}^\mu, a_{001}^\mu$ – константы, определяемые уравнениями:

$$N^\mu(p_\nu) = \delta_\nu^\mu. \quad (3)$$

Здесь δ_ν^μ – символ Кронеккера, $p_\nu = (x_{1\nu}, x_{2\nu}, x_{3\nu})$ – радиус-вектор ν -го узла элемента, по повторяющимся внизу и вверху индексам подразумевается суммирование от 1 до 4.

Таким образом, на конечном элементе зависимости Коши и закон Гука можно записать в виде:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D} \mathbf{U}, \quad \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{E} \mathbf{U}, \quad (4)$$

где матрицы \mathbf{D} , \mathbf{E} от вектора перемещений не зависят.

При рассмотрении узловых усилий \mathbf{R} в качестве некоторых внешних сил, действие которых вызывает внутри объёма конечного элемента НДС, описываемое зависимостями (4), можно использовать для установления связи (1) принцип возможных перемещений, согласно которому сумма работ всех внешних и внутренних сил на возможном перемещении $\delta \mathbf{U}$ равна нулю:

$$\iiint_{\Omega} \{\delta \boldsymbol{\varepsilon}\}^T \{\boldsymbol{\sigma}\} d\omega = \{\delta \mathbf{U}\}^T \{\mathbf{R}\} \dots \dots \dots (5)$$

Воспользовавшись выражениями (4) из уравнения (5) получаем

$$\left[\iiint_{\Omega} [\mathbf{D}]^T [\mathbf{E}] d\omega \right] \{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{R}\}$$

или

$$[\mathbf{K}] = \iiint_{\Omega} [\mathbf{D}]^T [\mathbf{E}] d\omega. \quad \dots \dots \dots (6)$$

Матрица \mathbf{K} является квадратной, её порядок равен числу степеней свободы рассматриваемого конечного элемента – 12. Формулы для вычисления её коэффициентов имеют вид [5]:

$$K^{i1j1} = (g_{11} a_{100}^i a_{100}^j + g_{66} a_{010}^i a_{010}^j + g_{55} a_{001}^i a_{001}^j) \Delta_e$$

$$K^{i1j2} = (g_{12} a_{100}^i a_{010}^j + g_{66} a_{010}^i a_{100}^j) \Delta_e,$$

$$K^{i1j3} = (g_{13} a_{100}^i a_{001}^j + g_{55} a_{001}^i a_{100}^j) \Delta_e$$

$$K^{i2j1} = (g_{12} a_{010}^i a_{100}^j + g_{66} a_{100}^i a_{010}^j) \Delta_e,$$

$$K^{i2j2} = (g_{66} a_{100}^i a_{100}^j + g_{22} a_{010}^i a_{010}^j + g_{44} a_{001}^i a_{001}^j) \Delta_e$$

$$K^{i2j3} = (g_{55} a_{100}^i a_{001}^j + g_{13} a_{001}^i a_{100}^j) \Delta_e,$$

$$K^{i3j1} = (g_{13} a_{001}^i a_{100}^j + g_{55} a_{100}^i a_{001}^j) \Delta_e, \quad (7)$$

$$K^{i3j2} = (g_{23} a_{001}^i a_{010}^j + g_{44} a_{010}^i a_{001}^j) \Delta_e,$$

$$K^{i3j3} = (g_{55} a_{100}^i a_{100}^j + g_{44} a_{010}^i a_{010}^j + g_{33} a_{001}^i a_{001}^j) \Delta_e$$

где Δ_e – объём конечного элемента.

Рассмотрим результаты вычислений напряжений и деформаций микронеровностей поверхностного слоя изделий при плоском и объёмном представлении конечных элементов.

В качестве основного конечного элемента, рассматриваемого в данной работе, берётся трёхузловой треугольный (для двумерного моделирования) или четырёхузловой тетраэдральный (для трёхмерного моделирования) конечный элемент с линейными базисными функциями. Его применение объясняется рядом причин:

- в барицентрических координатах интегралы, стоящие в правой части выражений (7), вычисляются аналитически;
- область любой формы можно разбить на треугольники или тетраэдры без пустот;

- легко проводится измельчение сетки в любом заданном месте.

В качестве основного примитива для двумерной модели применялся косоугольный квадрат. Построение конечноэлементной сетки косоугольного квадрата осуществляется следующим образом:

- задаются координаты опорных узлов p_1, \dots, p_4 ;

- квадрат единичных размеров разбивается по координатным осям (u, v) на $n_1 \times n_2$ параллелограммов, каждый из которых делится на 2 треугольника;

- с помощью отображения $X(u, v) = a_1 + a_2 \times u + a_3 \times v + a_4 \times u \times v$ строится конечноэлементная сетка примитива. Постоянные коэффициенты a_1, \dots, a_4 вычисляются через координаты опорных узлов по формулам:

$$a_1 = p_1, \quad a_2 = p_2 - p_1, \quad a_3 = p_3 - p_1, \quad a_4 = p_4 - p_3 - p_2 + p_1.$$

Модель пуансона (рис. 1) состоит из 10 таких примитивов с шагами разбиения $\Delta_1 = 0,5$ мм, $\Delta_2 = 0,25$ мм при варьировании шероховатости с углом наклона α от 2° до 33° . Модель пуансона формируется либо из шести (угол образующей $\beta = 0^\circ$), либо из четырёх (угол образующей β варьировался от 3° до 15°) примитивов. Шаг разбиения по горизонтальной оси оставался таким же, как и для образца, по вертикальной оси принимался равным $\Delta_2 = 1,0$ мм. Всего, таким образом, рассматривалось 10 вариантов взаимодействия образцов шероховатости с пуансоном.

В качестве основного примитива для трёхмерной модели применялся косоугольный куб. Построение конечноэлементной сетки косоугольного куба осуществляется следующим образом:

- задаются координаты опорных узлов p_1, \dots, p_8 ;

- куб единичных размеров разбивается по координатным осям (u, v, w) на $n_1 \times n_2 \times n_3$ параллелепипедов, каждый из которых делится на 5 тетраэдров;

- с помощью отображения $X(u, v, w) = a_1 + a_2 \times u + a_3 \times v + a_4 \times w + a_5 \times u \times v + a_6 \times u \times w + a_7 \times v \times w + a_8 \times u \times v \times w$ строится конечноэлементная сетка примитива. Постоянные коэффициенты a_1, \dots, a_8 вычисляются через координаты опорных узлов по формулам:

$$a_1 = p_1, \quad a_2 = p_2 - p_1, \quad a_3 = p_3 - p_1, \quad a_4 = p_5 - p_1, \quad a_5 = p_4 - p_3 - p_2 + p_1, \\ a_6 = p_6 - p_5 - p_2 + p_1, \quad a_7 = p_7 - p_5 - p_3 + p_1, \quad a_8 = p_8 - p_7 - p_6 - p_4 + p_2 + p_3 + p_5 - p_1.$$

Модель пуансона состоит из 10 таких примитивов с шагами разбиения $\Delta_1 = 1,0$ мм, $\Delta_2 = 1,5$ мм, $\Delta_3 = 1,5$ мм при варьировании шероховатости с углом наклона α от 2° до 33° . Модель пуансона состояла либо из шести (угол образующей $\beta = 0^\circ$), либо из четырёх (угол образующей β варьировался от 3° до 15°). Шаг разбиения по горизонтальным осям оставался таким же, как и для образца, по вертикальной оси принимался равным $n_2 = 5,0$ мм.

В качестве материала механической модели был рассмотрен линейно-упругий однородный изотропный материал Гука со следующими характеристиками: $E = 20000$ кг/мм², $\nu = 0,28$ – для заготовки, $E = 200000$ кг/мм², $\nu = 0,28$ – для пуансона.

Краевые условия принимались следующими:

- нагружаемый образец закреплялся по боковым и нижней граням;

- верхняя грань пуансона перемещалась вертикально вниз на 0,1 мм.

Распределение интенсивности напряжений, рассчитанных по формулам Мизеса [6], представлено на рис. 2, 3. Напряжённое состояние при рабочем угле пуансона $\beta = 0^\circ$ (рис. 2) характерно для осадки изделия между параллельными плитами, а $\beta = 6^\circ$ (рис. 3) соответствует напряжённому состоянию при взаимодействии изделия с деформирующей матрицей. В таблицах 1, 2 представлены результаты расчёта напряжений и деформаций при двухмерном и трёхмерном моделировании микронеровностей поверхности, показывающие определённую сходимость с результатами работы [7–10].

Заключение

Таким образом, анализ приведённых результатов показывает достаточно высокую точность решения задачи в упругой постановке по перемещениям, некоторое отличие по величинам минимальных и максимальных значений компонент тензора напряжений в двухмерной и трёхмерной постановках. Расхождения обусловлены как различием в степени дискретизации конечноэлементных моделей, так и большей «жёсткостью» модели в двухмерной постановке. Результаты моделирования микронеровностей в упругой постановке будут в дальнейшем

использоваться как начальное приближение для упругопластического моделирования для определения остаточных напряжений в упрочняемых деталях машин.

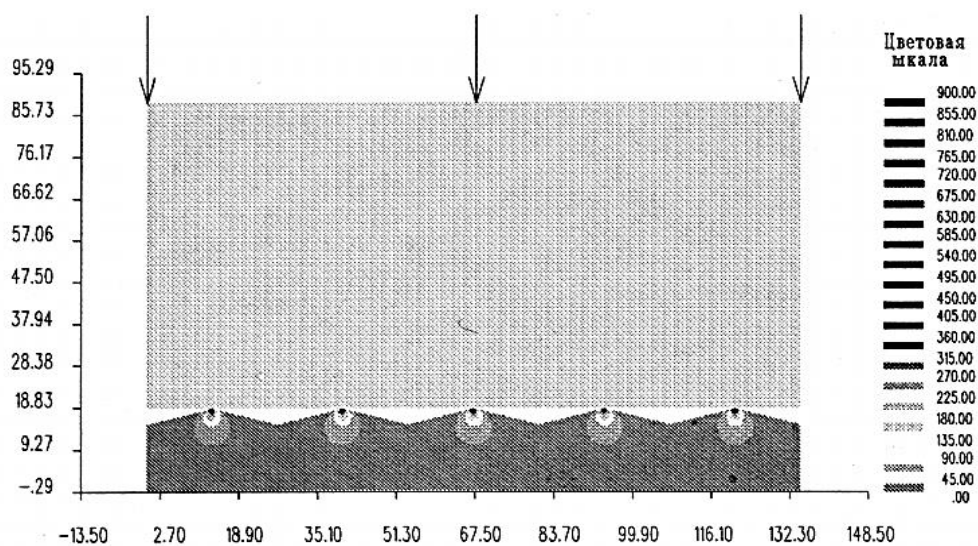


Рис. 2. Интенсивность напряжений в микровыступках ($\alpha = 15^\circ$, $\beta = 0^\circ$)

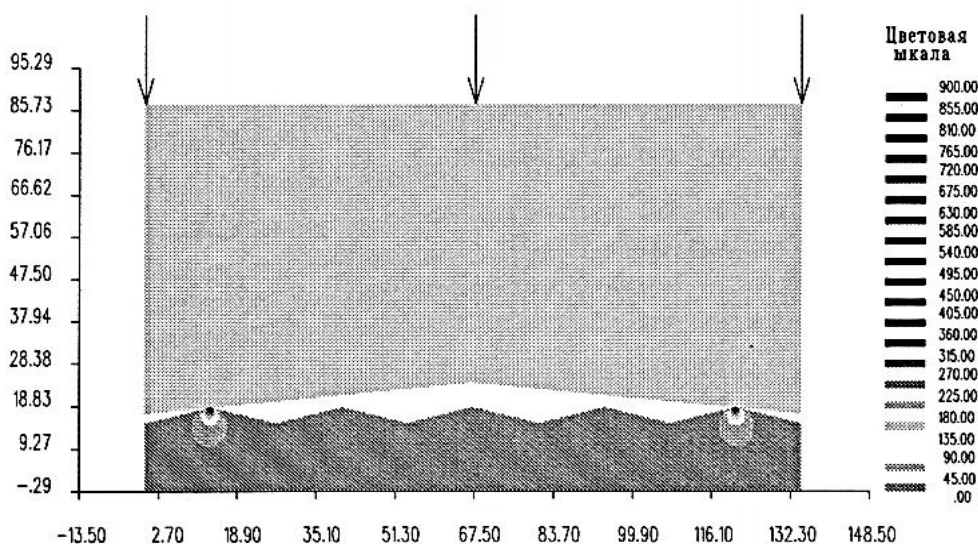


Рис. 3. Интенсивность напряжений в микровыступках ($\alpha = 15^\circ$, $\beta = 6^\circ$)

Таблица 1. Результаты двухмерного моделирования

Параметры	Значение при моделировании				
Угол шероховатости α , (град)	2	15	15	15	15
Угол образующей пуансона β , (град)	0	0	3	6	15
U_x^{\min} (мм)	-0.010	-0.006	-0.007	-0.007	-0.022
U_x^{\max} (мм)	0.010	0.006	0.007	0.007	0.022
U_z^{\min} (мм)	-0.100	-0.100	-0.100	-0.100	-0.101
U_z^{\max} (мм)	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003
σ_x^{\min} (Мпа)	-3842	-4691	-4696	-4694	-1680
σ_x^{\max} (Мпа)	140	63	116	115	168
σ_z^{\min} (Мпа)	-9295	-1030	-1032	-1031	-3460
σ_z^{\max} (Мпа)	3	7	12	11	20
τ_{xz}^{\min} (Мпа)	-1738	-2376	-2479	-2482	-1200
τ_{xz}^{\max} (Мпа)	1740	2378	2480	2482	1200
σ_1^{\max} (Мпа)	8266	8932	8954	8950	3500
Угол шероховатости α , (град)	33	33	33	33	33
Угол образующей пуансона β , (град)	0	3	6	15	30

Продолжение табл. 1

U_x^{\min} (мм)	-0.002	-0.006	-0.006	-0.006	-0.006
U_x^{\max} (мм)	0.002	0.006	0.006	0.006	0.006
U_z^{\min} (мм)	-0.100	-0.100	-0.100	-0.100	-0.100
U_z^{\max} (мм)	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001
σ_x^{\min} (Мпа)	-3300	-3306	-3304	-3301	-3290
σ_x^{\max} (Мпа)	25	39	39	38	38
σ_z^{\min} (Мпа)	-9891	-9906	-9901	-9892	-9858
σ_z^{\max} (Мпа)	0	6	6	6	6
τ_{xz}^{\min} (Мпа)	-2086	-2144	-2145	-2158	-2156
τ_{xz}^{\max} (Мпа)	2088	2143	2146	2154	2156
σ_i^{\max} (Мпа)	8723	8739	8734	8728	8699

Таблица 2. Результаты трёхмерного моделирования

Параметры	Значение при моделировании				
Угол шероховатости α , (град)	2	15	15	15	15
Угол образующей пуансона β , (град)	0	0	3	6	15
U_x^{\min} (мм)	-0.008	-0.005	-0.010	-0.010	-0.015
U_x^{\max} (мм)	0.008	0.005	0.010	0.010	0.015
U_y^{\min} (мм)	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.001
U_y^{\max} (мм)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001
U_z^{\min} (мм)	-0.100	-0.100	-0.100	-0.100	-0.100
U_z^{\max} (мм)	0.000	0.000	0.002	0.002	0.002
σ_x^{\min} (Мпа)	-2402	-1977	-2003	-2003	-3418
σ_x^{\max} (Мпа)	144	67	110	108	465
σ_y^{\min} (Мпа)	-2023	-1805	-1814	-1814	-2638
σ_y^{\max} (Мпа)	41	7	32	32	130
Угол шероховатости α , (град)	33	33	33	33	33
Угол образующей пуансона β , (град)	0	3	6	15	30
U_x^{\min} (мм)	-0.008	-0.009	-0.009	-0.009	-0.009
U_x^{\max} (мм)	0.008	0.009	0.009	0.009	0.009
U_y^{\min} (мм)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
U_y^{\max} (мм)	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
U_z^{\min} (мм)	-0.100	-0.100	-0.100	-0.100	-0.100
U_z^{\max} (мм)	0.000	0.002	0.002	0.002	0.002
σ_x^{\min} (Мпа)	-2402	-1290	-1290	-1290	-1290
σ_x^{\max} (Мпа)	144	64	64	64	64
σ_y^{\min} (Мпа)	-2023	-1455	-1455	-1455	-1455
σ_y^{\max} (Мпа)	41	5	5	5	5

Библиографический список

1. Демкин Н.Б., Рыжов Э.В. Качество поверхности и контакт деталей машин. М.: Машиностроение, 1981. 224 с.
2. Демкин Н.Б. Контактное состояние шероховатых поверхностей. М.: Наука, 1970. 227 с.
3. Суслов А.Г. Технологическое обеспечение параметров состояния поверхностного слоя деталей. М.: Машиностроение, 1987. 206 с.
4. Крагельский И.В. Трение и износ. М.: Машиностроение, 1968. 480 с.
5. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир, 1984. 428 с.
6. Губкин С.И. Пластическая деформация металлов: в 3 т. М.: Metallurgizdat, 1961. Т. 2. 416 с.
7. Вулых Н.В. Анализ напряженного состояния шероховатого слоя при локальном и осесимметричном пластическом деформировании // Вестник ИРГТУ. 2017. Т. 21. № 11. С. 17–26.
8. Vulykh N.V. Microprofile model form changing research at axisymmetric deformation with account of scale factor // Lecture Notes in Mechanical Engineering. 2019. № 9783319956299. P. 1161–1168.
9. Вулых Н.В., Агаев С.И. Влияние масштабного фактора на формоизменение микропрофиля с бездефектной поверхностью при осесимметричном деформировании // Жизненный цикл конструктивных материалов (от получения до утилизации): материалы докладов VIII Всерос. науч.-техн. конф. с международным участием (г. Иркутск, 26–28 апреля 2018 г.). Иркутск: Изд-во ИРНТУ, 2018. С. 231–238.
10. Вулых Н.В., Шевченко В.А. Численное определение напряженного состояния поверхност-

ного слоя при локальном и охватывающем пластическом деформировании // Жизненный цикл конструкционных материалов (от получения до утили-

зации): материалы докладов V Всерос. науч.-техн. конф. с международным участием. Иркутск: Изд-во ИРНИТУ, 2015. С. 371–378.

Сведения об авторах / Information about the Authors

Вулых Александр Николаевич,
студент группы 13.03.02 (ЭЭ) направления «Электроэнергетика и электротехника», Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского, 664038, Иркутская обл., Иркутский р-он, п. Молодежный, 1/1, Российская Федерация, e-mail: vulix2011return@gmail.com

Alexander N. Vulykh,
Student, direction «Power and Electrical Engineering», Irkutsk State Agrarian University named after A.A. Ezhevsky, 1/1 Molodezhny settlement, Irkutsk region, 664038, Russian Federation, e-mail: vulix2011return@gmail.com

Вулых Николай Валерьевич,
кандидат технических наук, доцент кафедры машиностроительных технологий и материалов, Институт авиационного машиностроения и транспорта, Иркутский национальный исследовательский технический университет, 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, Российская Федерация, e-mail: vulix2011@yandex.ru

Nikolay V. Vulykh,
Cand. Sci. (Technics), Associate Professor, Department of Engineering Technologies and Materials, Institute of Aircraft Engineering and Transport, Irkutsk National Research Technical University, 83 Lermontov Str., Irkutsk, 664074, Russian Federation, e-mail: vulix2011@yandex.ru