

Развитие математической модели остаточных напряжений в несущей части многослойной цилиндрической стенки корпуса сосуда, формообразованной путем напрессовки слоев давлением расширения

© Ф. М. Минаев, Д. А. Еловенко

Иркутский национальный исследовательский технический университет, г. Иркутск, Российская Федерация

Аннотация. В работе представлено развитие математической модели напряженного состояния в толстостенных корпусах многослойных цилиндрических сосудов высокого давления, используемых в технологических процессах широкого класса производств. Предлагаемая математическая модель напряжений учитывает наличие остаточных напряжений, которые создаются в многослойной конструкции сосуда в процессе его изготовления. Были определены некоторые технологические параметры. Их учет даст возможность получить более равномерное распределению эквивалентных напряжений по толщине стенки сосуда в радиальном направлении под рабочим давлением. Как следствие, предельно допустимые нагрузки на конструкцию цилиндрического корпуса многослойного сосуда возможно увеличить по сравнению с монолитной конструкцией без дополнительной обработки и изменения размеров. В качестве математической модели представлено аналитическое решение для нетрадиционной технологии формообразования, в которой внутреннее давление применяется для напрессовки толстого слоя многослойной цилиндрической стенки за счет последующего расширения тонких слоев.

Ключевые слова: многослойный цилиндрический корпус, технология расширения, сосудов высокого давления, остаточные напряжения

Development of a mathematical model of residual stresses in the bearing part of the multilayer cylindrical wall of the vessel housing, formed by pressing layers by expansion pressure

© Fedor M. Minaev, Denis A. Elovenko

Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation

Abstract. The paper presents the development of a mathematical model of the stress state in thick-walled bodies of multilayer cylindrical high-pressure vessels, widely used in technological processes of a wide class of industries. The proposed mathematical model of stresses takes into account the presence of residual stresses that are created in the multilayer structure of the vessel during its manufacture. Certain technological parameters are determined. Taking them into account will make it possible to obtain a more uniform distribution of equivalent stresses over the thickness of the vessel wall in the radial direction under operating pressure. As a consequence, the maximum permissible loads on the structure of the cylindrical body of a multilayer vessel can be increased in comparison with a monolithic structure without additional processing and resizing. An analytical solution for an unconventional shaping technology is presented as a mathematical model in which internal pressure is applied to press on a thick layer of a multilayer cylindrical wall due to the subsequent expansion of thin layers.

Keywords: multilayer cylindrical body, expansion technology, pressure vessel, residual stresses

Введение

Современные химические и ядерные технологии (высокое давление и высокая температура) нуждаются в массивном оборудовании (толстостенных сосудах высокого давления), выдерживающих сотни МПа. Традиционные методы изготовления корпусов (ковка или прокатка толстых листов) вызывают технологические трудности и становятся слишком дорогими. Эти проблемы заставили инженеров искать новые и более техноло-

гичные решения. Концепция использования многослойных конструкций вместо монолитной конструкции привлекла большое внимание конструкторов. Для изготовления многослойных сосудов применяются различные методы.

Возможность введения начальных межслойных упругих напряжений в процессе изготовления для повышения несущей способности корпусов многослойных сосудов давления является одним из преимуществ много-

слоиных технологий. Обычно используются различные процессы, такие как усадка, растягивающие усилия (прикладываемые при накладывании слоев) или сварочная усадка. Соответствующий выбор начальных межслойных напряжений приводит к заданным изменениям в результирующем распределении напряжений. Это суперпозиция начальных напряжений и напряжений, вызванных рабочим давлением.

Описанная проблема уже известна. Первые работы и патенты по многослойным сосудам появились семьдесят лет назад [1]. Многослойные усадочные оболочки были проанализированы в работах [2–5]. Оптимальная конструкция трехслойного сосуда для максимальной усталостной долговечности при комбинированном воздействии автофреттинга и усадки была рассмотрена в работе [6].

Хорошо известны решения для толстостенных цилиндрических конструкций, применяемые в упругой области для определения наилучшего распределения остаточных эквивалентных напряжений, находящихся под рабочим давлением. Такие аналитические решения основаны на предположении об идеальной упругопластической характеристике материала, используемой для определения исходных напряжений, которые могут быть получены в ходе технологического процесса.

Нами разработана математическая модель расчета результирующих (остаточных) напряжений для специфического процесса формообразования многослойной цилиндрической конструкции с обратным порядком сборки слоев. Согласно такой технологии, изготовление начинается с наружного предпоследнего слоя конструкции, помещенного в жесткий наружный кожух и формообразуется внутрь конструкции, а не начинается с внутреннего слоя, как в традиционной технологии. При этом монтажное давление (давление опрессовки слоев) является достаточно большим, чтобы получить полное расширение слоя, и призвано обеспечить его напесовку для его соединения с предыдущим слоем.

Модификация напряжений в радиальном направлении корпуса сосуда

Теоретическое распределение радиальных σ_r и кольцевых σ_θ напряжений в цилиндрическом сосуде в упругой рабочей области должно удовлетворять соотношениям Ляме [7]. По этой причине соответствующее распределение эквивалентных напряжений $\sigma_0(r)$ точно определено в многослойной стенке и не может быть выражено любой произвольной непрерывной функцией радиуса $k(r)$. Необходимые условия могут быть сформулированы только в определенных точках по толщине стенки, например, в точках, расположенных на внутренних поверхностях слоев (рис. 1).

$$\sigma_0(r_i) = k_i, i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

где n – номера слоев и k_i – основание для предполагаемых значений эквивалентных напряжений.

Если пренебречь температурным влиянием и предположить, что нагрузка сосуда на крайних (внешних) поверхностях дает только радиальные $\sigma_{r,i}$ и кольцевые $\sigma_{\theta,i}$ напряжения на внутренних радиусах слоев r_i описываются хорошо известными формулами

$$\sigma_{r,i} = \frac{r_1^2 p_1 - r_{n+1}^2 p_{n+1}}{r_{n+1}^2 - r_1^2} - \frac{r_1^2 r_{n+1}^2 (p_1 - p_{n+1})}{r_{n+1}^2 - r_1^2} \frac{1}{r_i^2}, i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

$$\sigma_{\theta,i} = \frac{r_1^2 p_1 - r_{n+1}^2 p_{n+1}}{r_{n+1}^2 - r_1^2} + \frac{r_1^2 r_{n+1}^2 (p_1 - p_{n+1})}{r_{n+1}^2 - r_1^2} \frac{1}{r_i^2}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (3)$$

где p_1 и p_{n+1} составляющие давлений, действующих на крайних радиусах r_1 и r_{n+1} соответственно. Вышеприведенные уравнения получены для плоского деформированного

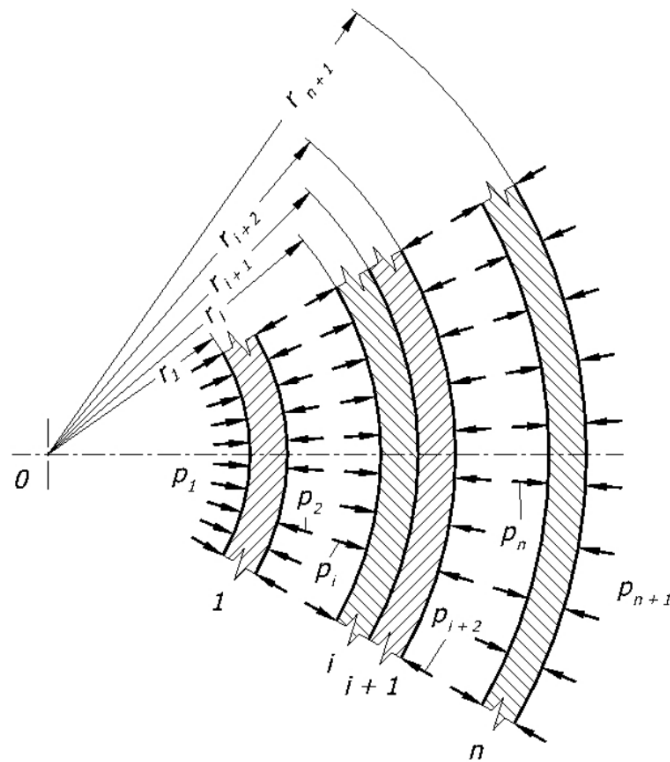


Рис. 1. Схема расположения многослойного сосуда – нумерация слоев

состояния ($\varepsilon_z = 0$), которое хорошо соответствует условиям данной технологии сборки несущей многослойной стенки сосуда. Теория максимальных напряжений сдвига (Tresca-Guest) в приложении к выражению (1) дает рекуррентную формулу, описывающую межслойные (положительные) давления в цилиндре, нагруженном внутренним p_1 и наружным p_{n+1} технологическим давлениями

$$p_{i+1} = p_i - \frac{r_{i+1}^2 - r_i^2}{2r_{i+1}^2} k_i, i = 1, 2, \dots, n. \quad (4)$$

Уравнение (4) может быть использовано для модификации распределения эквивалентных напряжений через стенку толсто-стенного многослойного цилиндра. Процедура модификации может быть практически адаптирована, если крайний радиус сосуда, номер слоя, его толщина и материал, а также внутреннее и внешнее давление, будут известны в последующем. Тогда последнее полученное давление p_{n+1} становится новым внешним давлением, которое реализует модифицированное распределение эквивалентных напряжений. Обычно новое значе-

ние отличается от исходного. Это значит, что необходимое распределение напряжений k_i ($i=1, 2, \dots, n$) должно быть реализовано под слегка отличающейся нагрузкой давления. Внутренние контактные давления q_i в ненагруженном сосуде могут быть рассчитаны вычитанием уравнений (4) и (2) как радиальные напряжения $\sigma_{r,i}$ исчезающие при $p_1 = p_{n+1} = 0$.

$$q_i = p_i - |\sigma_{r,i}|, i = 2, 3, \dots, n. \quad (5)$$

Во многих случаях промышленного применения важно выровнять эквивалентные напряжения вдоль радиуса сосуда или ограничить эти напряжения во внешних слоях, которые могут быть дополнительно подвержены воздействию агрессивной среды. В монолитном цилиндре максимальное значение σ_0 появляется на внутреннем радиусе, в то время как остальные части стенки менее нагружены. Условие равенства эквивалентных напряжений на внутренних радиусах

слоев дает существенно более благоприятное распределение напряжений в многослойной стенке (рис. 2).

$$\sigma_0(r_i) = k = const, i = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

Для n -слойного сосуда, определяемого крайними радиусами r_1, r_{n+1} , крайними нагрузками давлений p_1, p_{n+1} и толщинами слоев, условие (4) сводится к $n-1$ уравнений,

$$\begin{aligned} & r_{i+1}^2 (r_{i+2}^2 - r_{i+1}^2) p_i - \\ & - [r_{i+2}^2 (2r_{i+1}^2 - r_i^2) - r_{i+1}^4] p_{i+1} + \\ & + r_{i+2}^2 (r_{i+1}^2 - r_i^2) p_{i+2} = 0, i = 1, 2, \dots, n-1, \end{aligned} \quad (7)$$

которое может быть использовано для определения $n-1$ неизвестных межслойных давлений p_i ($n=2, 3, \dots, n$), действующих в сосуде под технологической нагрузкой. Межслойные давления p_i после снятия нагрузки ($p_1 = p_{n+1} = 0$) затем могут быть рассчитаны по уравнению (5).

Эквивалентные напряжения на внутренних поверхностях слоев равны и могут быть выражены как

$$\sigma_0(r_i) = \frac{2(p_i - p_{i+1})r_{i+1}^2}{r_{i+1}^2 - r_i^2}, i = 1, 2, \dots, n, \quad (8)$$

где из уравнения (5) следует, что

$$p_i - p_{i+1} = |\sigma_{r,i}| - |\sigma_{r,i+1}| + q_i - q_{i+1}, \quad (9)$$

Выбор же толщины слоев – это другой вопрос. Для предполагаемых значений обоих внутреннего и внешнего радиуса сосуда существует оптимальное деление стенки на слои. Такое оптимальное деление обеспечивает минимальные и равные значения эквивалентных напряжений на внутреннем радиусе слоев. Оптимальное деление стенки на два слоя в сосуде, нагруженном внутренним давлением p_1 , представлено в работе [8, 9]. Уравнения (6) будет выполнено на радиусах r_1 и r_2 если межслойное давление имеет вид

$$p_2 = \frac{r_2^2 (r_3^2 - r_2^2) p_1}{r_3^2 (r_2^2 - r_1^2) + r_2^2 (r_3^2 - r_2^2)} \quad (10)$$

эквивалентные напряжения в этих точках имеют вид

$$\sigma_0(r_1) = \sigma_0(r_2) = \frac{2r_2^2 r_3^2 p_1}{r_3^2 (r_2^2 - r_1^2) + r_2^2 (r_3^2 - r_2^2)}, \quad (11)$$

и достигают минимума по отношению к r_2 согласно $d\sigma_0(r_2)/dr_2 = 0$, которое приводит к формуле

$$r_2 = \sqrt{r_1 r_3}. \quad (12)$$

Прочность (8) произвольного слоя зависит от разности сжимающих напряжений

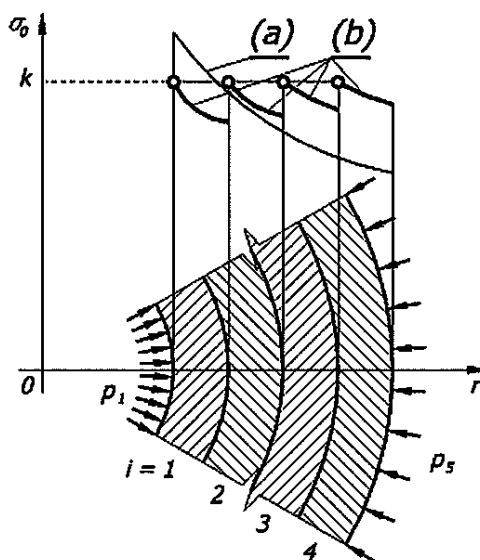


Рис. 2. Условие равенства распределения эквивалентных напряжений σ_0 на внутреннем радиусе слоев; (а) – уравнение Ляме в качестве справки, (б) – точно модифицированные, распределенные через толщину стенки

только на его крайних поверхностях. По этой причине уравнения (11) и (12) действительны для любых смежных слоев. В случае n -слойного сосуда соотношения для оптимального деления радиусов могут быть получены и выражены по крайним радиусам

$$r_{i\text{опт}} = \sqrt[p]{r_1^{n-i+1} r_{n+1}^{i-1}}, i = 2, 3, \dots, n. \quad (13)$$

Если прочность двух смежных слоев удовлетворяет установленному соотношению

$$\frac{\sigma_0(r_i)}{\sigma_0(r_{i+1})} = \omega_i, i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (14)$$

подобная процедура приводит к рекуррентному соотношению

$$r_{i\text{опт}} = \sqrt[p]{\omega_{i-1}^{p-1} \omega_i^{p-2} \dots \omega_{n-1}} \sqrt[p]{r_{i-1}^{p-1} r_{n+1}}, \quad (15)$$

$$p = n + 2 - i, i = 2, 3, \dots, n,$$

описывающая оптимальные радиусы слоев.

Аналитическое решение

Цилиндрическая стенка многослойного сосуда формообразуется путем последовательной напесовки (расширения) тонких слоев посредством внутреннего давления, которое достаточно велико, чтобы деформировать их за предел упругости. По этой причине начальные технологические зазоры удаляются навсегда, а слои приводятся в закрытый (тесный) контакт и окончательное соединение [10, 11]. Определенные остаточные (результатирующие) напряжения остаются в каждом слое после процесса напесовки (расширения) слоев [12]. Это необходимо учитывать в условии равного эквивалентного напряжения (6). Процесс напесовки (расширения) начинается от предпоследнего слоя, который проскальзывает во внешнюю оболочку каркаса (рис. 1). Толщина стенки сосуда затем увеличивается за счет напесовки (расширения) последующих слоев. Анализ процесса напесовки (расширения) осуществляется в предположении упругопластической модели материала слоев. Поэтому нет необходимости в определении начальных технологических зазоров. Любые зазоры

удаляются, когда слой подвергается большей нагрузке, превышающей его нагрузку текучести. Трением Кулона и контактными эффектами на поверхностях слоев **пренебрегается**.

Условие текучести Tresca-Guest приводит к выводу, что после напесовки (расширения) i -го слоя остаточные радиальные напряжения $\sigma_{r, i \text{ res}}$ исчезают на его внутренней поверхности, в то время как остаточные кольцевые (окружные) напряжения имеют вид

$$\sigma_{\theta, i \text{ res}} = R_{e, i} \left(1 - \frac{2\beta_i \ln \beta_i}{\beta_i^2 - 1} \right), i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (16)$$

где $R_{e, i}$ составляющая точки текучести материала слоя. Обозначение упрощается с помощью замены

$$\beta_i = \frac{r_{i+1}}{r_i}, i = 1, 2, \dots, n$$

и уравнение (7) принимает следующую форму:

$$\beta_i^2 (\beta_{i+1}^2 - 1) p_i - [\beta_{i+1}^2 (2\beta_i^2 - 1) - \beta_i^2] p_{i+1} + \beta_{i+1}^2 (\beta_i^2 - 1) p_{i+2} + 0,5 (\beta_i^2 - 1) (\beta_{i+1}^2 - 1) \times [\sigma_{\theta, i \text{ res}} - \sigma_{\theta, i+1 \text{ res}}] = 0, i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (17)$$

Межслойные давления p_i в сосуде под внутренним технологическим давлением может быть рассчитано по уравнению (5). Косвенные технологические давления \tilde{q}_{i+1} , которые должны быть использованы на внутренней поверхности i -го слоя в течение процесса напесовки (расширения), описываются уравнениями

$$q_{i+1} = q_{i+1} - \Delta \sigma_{r, i+1} (\Delta q_i, r_{i+1}), i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (18)$$

Последний член в уравнении (18) выражается как

$$\Delta \sigma_{r, i+1} (\Delta q_i, r_{i+1}) = \frac{\prod_{j=i+1}^n \beta_j^2 - 1}{\prod_{j=i}^n \beta_j^2 - 1} q_i, i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (19)$$

отвечает за отсутствие пакета слоев (от 1 до $i-1$) на этой стадии процесса напессовки (расширения) и это введено для изменения межслойных напряжений q_{i+1} на радиусе r_{n+1} . Это получается в результате упругой разгрузки от давления $\Delta q_i = -q_i$ на радиусе r_i уже интегрированной части стенки сосуда (от r_i до r_{n+1}) состоящей из слоев от i до n . Межслойные напряжения \tilde{q}_{i+1} должны быть получены в производственном цикле применением соответствующих давлений напессовки (расширения) P_i .

Первый шаг в определении предельных давлений напессовки (расширения), которые обеспечивают минимальное межслойное давление $\tilde{q}_{i+1 \min} = 0$ и максимальное межслойное давление $\tilde{q}_{i+1 \max}$. i -й слой установлен с межслойным давлением $\tilde{q}_{i+1} = 0$ на его внешнем радиусе r_{i+1} , где применяется давление напессовки (расширения)

$$P_{i \min} = \frac{\left(\prod_{j=i}^n \beta_j^2 - 1 \right) \ln \beta_i}{(\beta_j^2 - 1) \prod_{j=i+1}^n \beta_j^2} R_{e,i}, i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (20)$$

Это давление приводит рассматриваемый слой в состояние полной текучести и создает на поверхности контакта с внешней оболочкой сжимающее давление, которое при разгрузке пакета слоев от $P_{i \min}$ гарантирует межслойное давление $\tilde{q}_{i+1} = 0$ на радиусе r_{i+1} . Наибольшее допустимое межслойное давление, вводимое в конструкцию, которое не препятствует наиболее выгодному распределению межслойных напряжений, уже реализовано на предыдущих шагах производственного процесса

$$q_{i+1 \max} = \frac{\prod_{j=i+1}^n \beta_j^2 - 1}{\prod_{j=i}^n \beta_j^2 - 1} \times \left[(\beta_i^2 - 1) \frac{R_{e,i+1}}{2} - R_{e,i} \ln \beta_i \right], i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (21)$$

получаемое под давлением напессовки (расширения), рассчитанным с использованием условия текучести Tresca-Guest

$$P_{i \max} = \bar{p}_i + \bar{p}_{i+1} = R_{e,i} \ln \beta_i + \frac{\prod_{j=i+1}^n \beta_j^2 - 1}{2 \prod_{j=i+1}^n \beta_j^2} R_{e,i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (22)$$

где \bar{p}_i и \bar{p}_{i+1} составляющие нагрузки текучести рассмотренные на i -ом слое и упругой нагрузки набора (пакета) связанных слоев ($r_{i+1} \leq r \leq r_{n+1}$) для $R_{e,i+1}$, соответственно.

Полная текучесть происходит в i -ом напессованном слое, в то время как внешняя оболочка подвергается давлению, которое создает упругое предельное состояние на своей внутренней поверхности. Такая ситуация соответствует толстостенному цилиндру, в котором процесс нагартовки покрывает часть стенки к радиусам $r_{lim} = r_{i+1}$. Максимальные остаточные радиальные (сжимающие) напряжения – в этом случае межслойные напряжения \tilde{q}_{i+1} – появляются после снятия нагрузки на границе упругого и пластического регионов, которые описываются радиусом r_{lim} в рассматриваемой конструкции.

Как требует распределение не прямых (косвенных) давлений \tilde{q}_{i+1} известно, это возможно определить подходящее давление напессовки (расширения) P_i ($i = 1, 2, \dots, n-1$).

$$P_i = \frac{\prod_{j=i}^n \beta_j^2 - 1}{(\beta_j^2 - 1) \prod_{j=i+1}^n \beta_j^2} \times (R_{e,i} \ln \beta_i + q_{i+1}), i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (23)$$

Приведенная выше процедура полезна для определения межслойных давлений \tilde{q}_{i+1} только внутри области $0 \leq \tilde{q}_{i+1} \leq \tilde{q}_{i+1 \max}$. Может быть получено более высокое межслойное давление как более высокий предел $R_{e,i+1}$ допустимых $(i+1)$ -ых слоев. Это может быть определено из уравнения

$$R_{e,i+1} = \frac{2}{\beta_i^2 - 1} \left[R_{e,i} \ln \beta_i + \frac{\prod_{j=i}^n \beta_j^2 - 1}{\prod_{j=i+1}^n \beta_j^2 - 1} q_{i+1} \right], i = 1, 2, \dots, n-1, \quad (24)$$

Заключение

Описанный теоретический метод приводит к межслойным давлениям, не ограниченным по отношению к величине. На практике, они имеют ограничение свойствами доступных материалов для изготовления цилиндрических корпусов сосудов. Полученное решение (24) позволяет сделать вывод о том, что пределы текучести материала слоев будут увеличиваться за счет увеличения индекса i .

Остаточные контактные напряжения будут существенно меньше, чем контактные напря-

жения, возникающие в процессе формообразования многослойной цилиндрической конструкции корпуса сосуда. В наружных слоях многослойной цилиндрической конструкции контактные напряжения будут выше, чем во внутренних. Выполненные исследования могут существенно облегчить проектные работы, когда изготовлению многослойных цилиндрических конструкций для корпусов сосудов высокого давления планируется выполнять описанным выше способом.

Список источников

1. Кеплер В. Р. (Смит А. О., Милуоки, США), патент Соединенных Штатов 2,337,247. Способ изготовления многослойных сосудов. 1943.
2. Грибанов А. В. Анализ распределения напряжений в многослойных сосудах // Химическое и Нефтяное машиностроение. 1972. № 11. С. 4–6.
3. Пиконь Д., Хельманн Д., Многослойные оболочки высокого давления. Часть I. // Химическое машиностроение и оборудование. 1977. № 3. С. 26–30.
4. Пимштейн П. Г. Прочность многослойных сосудов высокого давления // Химическое и Нефтяное машиностроение. 1968. № 7. С. 20–22.
5. Тарабасов Н. Д., Грибанов А. В. Анализ напряженно-деформированного состояния многослойной цилиндрической части сосуда высокого давления // Химическое и Нефтяное машиностроение. 1972. № 7. С. 7–9.
6. Jahed H., Farshi B., Karimi M. Optimum autofrettage and shrink-fit combination in multi-layer cylinders, *Trans. of the ASME, J. of Pressure Vessel Technology*. 2006. Vol. 128. Pp. 196–200.
7. Тимошенко С. П., Гудьер Дж. Теория упругости / под ред. Г. С. Шапиро. М.: Наука, 1979. 560 с.
8. Безухов Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. М.: Высшая школа, 1968. 512 с.
9. Горшков А. Г., Тарлаковский Д. В., Старовойтов Э. И. Теория упругости и пластичности. Учебник для вузов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. 416 с.
10. Кшись В., Стодильский М., Тройнацкий А. Анализ процесса расширения экспериментального сосуда под давлением // Архивы машиностроения. 1976. Т. 23. № 4. С. 515–528.
11. Жичковский М. Пластическая деформация и прочность первоначально расширенного многослойного сосуда под давлением пластической деформации и прочности первоначально расширенного многослойного сосуда под давлением // Архивы машиностроения. 1964. Т. 11. № 1. С. 83–96.
12. Галлас М., Жичковский М. Д. Анализ распределения остаточных напряжений в многослойных сосудах под давлением. *Тех. Транс.* 1967. Т 8-М (110). С. 5–11.

Информация об авторах / Information about the Authors

Федор Михайлович Минаев,
студент группы СДМ-18-1,
Институт авиационного машиностроения и транспорта,
Иркутский национальный исследовательский
технический университет,
664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83, Российская
Федерация,
minaev3000@inbox.ru

Денис Александрович Еловенко,
кандидат технических наук, доцент
доцент кафедры конструирования и стандартизации
в машиностроении,
Институт авиационного машиностроения и транспорта,
Иркутский национальный исследовательский
технический университет,
664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83,
Российская Федерация,
elovenko03@gmail.com

Fedor M. Minaev,
Student,
Institute of aircraft engineering and transport,
Irkutsk National Research Technical University,
83 Lermontov St., Irkutsk, 664074, Russian Federation,
minaev3000@inbox.ru

Denis A. Elovenko,
Cand. of tech. Sci.,
Professor of design and standardization in mechanical
engineering,
Institute of aircraft engineering and transport,
Irkutsk National Research Technical University,
83 Lermontov St., Irkutsk, 664074, Russian Federation,
elovenko03@gmail.com